Ereignisrate bei Hangmuren

Einleitung

Die Ereignisrate eines möglichen Hangmuren-Ereignisses berechnet sich aus dem Produkt einer jährlichen Hangmurenrate (λ_{HM}) und mehrerer Wahrscheinlichkeiten nach den folgenden Gleichungen:

$\lambda_E = \lambda_{Anr} \cdot P_{Abl}$ [Hangmuren pro Jahr] (1)

$\lambda_{Anr} = \lambda_{HM} \cdot P_{Phys} \cdot P_r$ [Hangmuren pro Jahr] (2)

$P_{Abl} = f(P_\mu,\ P_\xi,\ P_{\tau_0})$ [ ] (3)

$P_{Phys} = P_h \cdot P_\rho \cdot P_A$ [ ] (4)

Die Modellierung erfolgt hierarchisch. Die jährliche Hangmurenrate λ_{HM} bestimmt die erwartete Anzahl Hangmurenereignisse pro Prozessquelle und Jahr. Sie kann > 1 sein und ist daher keine Wahrscheinlichkeit, sondern eine Häufigkeit (Rate). Die Faktoren P_r, P_A, P_h, P_ρ und P_{Abl} beschreiben die Wahrscheinlichkeit einer spezifischen räumlichen Lage sowie einer bestimmten Kombination von Modellparametern. Das Produkt aller Faktoren beschreibt somit die jährliche Ereignisrate eines konkreten modellierten Ereignisses.

Das Modell der Ereignisrate baut auf der Annahme auf, dass sämtliche Faktoren der Gleichungen (1) bis (4) stochastisch unabhängig voneinander sind und die Rate daher als Produkt aller Faktoren berechnet werden kann. Die Ausprägung der drei Reibungsparameter μ, ξ und τ_0 wurde jeweils als Tripel mit einer zugehörigen Wahrscheinlichkeit für dieses Tripel und nicht für die Ausprägung eines einzelnen Parameters bestimmt. So wird korrekt abgebildet, dass diese Parameter nicht unabhängig voneinander sind. Eine potenzielle Abhängigkeit besteht auch zwischen $P_h$und P_A: Je grösser die Anrissfläche, desto grösser ist die zu erwartende Anrissmächtigkeit und umgekehrt. Zwischen diesen zwei Parameter wird eine Unabhängigkeit angenommen, um das Modell zu vereinfachen.

Der berechnete Wert λ_E an einem einzelnen Pixel[1] kann näherungsweise als jährliche Ereigniswahrscheinlichkeit interpretiert werden, sofern die zugrundeliegende Ereignisrate λ_{HM} klein ist ($\lambda_{HM} \ll 1$), was in vielen, aber nicht allen Prozessquellen, gegeben ist. Die Summe der λ_E-Werte über alle Ereignisse einer Prozessquelle oder eines Gebiets entspricht hingegen der mittleren jährlichen Hangmurenrate in diesem Raum.

Wahrscheinlichkeit Modellparameter P_{Abl}

$\sum_{i=1}^{n} P_{Abl_i} = 1$ (gilt an jedem Punkt im Gelände) (5)

Es werden über den gesamten Kanton die gleichen Ausprägungen (diskrete Werte) an Modellparameter verwendet. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Tripel-Ausprägungen wurde anhand der statistischen Analyse nachmodellierter Hangmurenereignisse bestimmt und ist ebenfalls über den ganzen Kanton ein Set identischer, diskreter Werte.

[1] Ein Pixel ist im vorliegenden Kontext eine Rasterzelle, welche durch das zugrundliegende Höhenmodell vorgegeben ist.

Wahrscheinlichkeit Anrissmächtigkeit P_h

$\sum_{i=1}^{n} P_{h_i} = 1$ (gilt an jedem Punkt im Gelände) (6)

Es werden zwei Ausprägungen (n = 2) von h berücksichtigt. Die zwei Ausprägungen haben über den ganzen Kanton und somit alle Prozessquellen die gleichen Wahrscheinlichkeiten und sind somit diskrete Werte: Die Wahrscheinlichkeit der zwei Ausprägungen ist $P_{h_{mean}} = 0.8$ und $P_{h_{max}} = 0.2$, wobei h_{mean} dem Wert der Anrissmächtigkeit basierend auf der modellierten Bodengründigkeit entspricht und $h_{max} = 1.5 * h_{mean}$ beträgt.

Wahrscheinlichkeit Materialdichte P_ρ

$P_{\rho_i} = 1$, der Druck wird nicht berechnet, weshalb dieser Term auf 1 gesetzt wird. (7)

Da nur die Geschwindigkeit und die Fliesshöhe, nicht aber die Druckwirkung, berechnet werden, muss die Dichte nicht bestimmt werden. Die Dichte fliesst linear in die Druckberechnung ein, weshalb später jederzeit aus bekannter Geschwindigkeit unter Annahme einer Dichte die Druckwirkung berechnet werden kann.

Wahrscheinlichkeit Anrissflächengrösse P_A

$\sum_{i=1}^{6} P_{A_i} = 1$ (gilt an jedem Punkt im Gelände) (8)

Es werden sechs Ausprägungen der Anrissflächengrösse berücksichtigt. Die Flächengrössen sind über den gesamten Kanton identisch (diskrete Werte). Die Wahrscheinlichkeit, dass diese Ausprägungen lokal auch auftreten, ist über 26 Cluster definiert, deren Grenzen nicht mit den Prozessquellengrenzen identisch sind. Die Wahrscheinlichkeit für jede Ausprägung ist ein Set aus 156 diskreten Werten (26 Cluster à 6 Flächengrössen-Ausprägungen).

Tabelle 1: Anrissflächengrössen

Klassengrösse	**55 m²**	**125 m²**	**250 m²**	**400 m²**	**700 m²**	**1100 m²**
Repräsentierte Grössen	0 – 90 m²	90 – 170 m²	170 – 330 m²	330 – 470 m²	470 – 930 m²	930 – inf m²
Anteil (Mittel aller Cluster)	38.0 %	27.8 %	21.7 %	6.4 %	5.1 %	1.0 %

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Ausprägungen der Anrissflächengrösse ist auf jedem Pixel 1.

Jährliche Ereignisrate einer Hangmure λ_{HM}

$\sum_{i=1}^{N_{PQ}} \lambda_{HM_i}$ = mittlere jährliche Anzahl von Hangmuren im Kanton Bern [Hangmuren pro Jahr] (9)

Der Faktor λ_{HM} ist im Gegensatz zu allen anderen Faktoren der Gleichung (3) keine Wahrscheinlichkeit $P \in [0, 1]$, sondern gibt die jährliche Ereignisrate (mittlere jährliche Ereigniszahl von Hangmuren und daher Hangmurenrate) pro Prozessquelle (PQ) wieder. λ_{HM} hat stetige Werte ≥ 0. Der Wert ist innerhalb einer Prozessquelle identisch. Die Summe der Ereignisraten über alle Prozessquellen (vgl. Gleichung (9)) entspricht der mittleren jährlichen Ereigniszahl über den ganzen Kanton (ca. 484 pro Jahr).

Angenommen, dass alle möglichen Variationen abgebildet sind, entspricht die Summe aller Ereignisraten λ_E innerhalb des Kantons der Summe aller jährlichen Hangmurenraten λ_{HM} über alle Prozessquellen.

$\sum_{i=1}^{N} \lambda_{E_i} = \sum_{i=1}^{N_{PQ}} \lambda_{HM_i}$ (10)

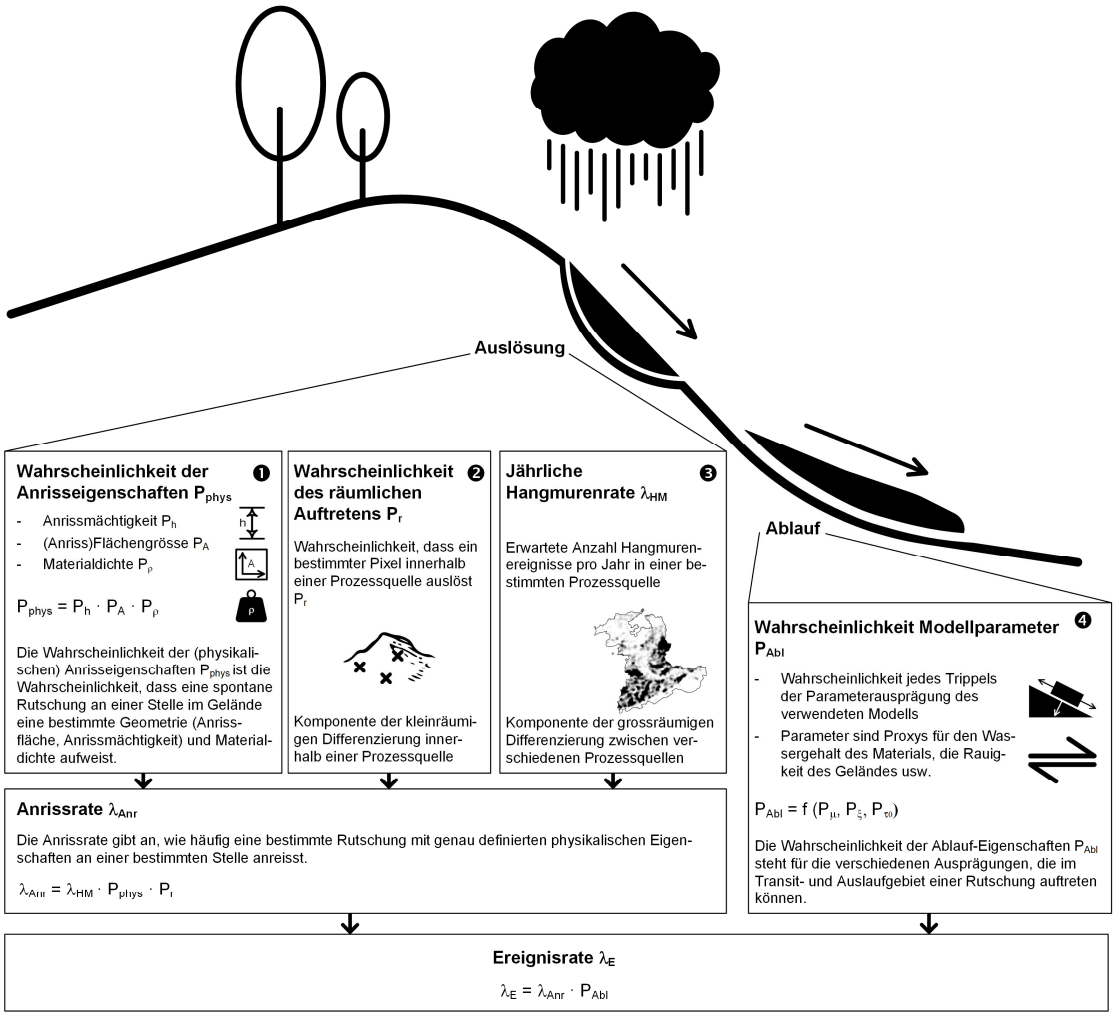
Wahrscheinlichkeit räumliches Auftreten P_r

Auch dieser Faktor hat keine diskrete, sondern stetige Werte. Es handelt sich jedoch wieder um eine Wahrscheinlichkeit im Wertebereich [0, 1]. In einer ersten Form ist P_{r_i} ein (absoluter) Wert, welcher die Disposition wiedergibt, dass ein bestimmter Pixel ausgelöst wird. P_{r_i} muss so normalisiert werden, dass die Summe von P_{r_i} über alle Pixel einer Prozessquelle den Wert 1 ergibt (Gleichung (11)). Durch die Normalisierung dieser Disposition (Gleichung 12) kann eine relative Wahrscheinlichkeit berechnet werden $P_{r_{norm,i}}$, welche innerhalb einer Prozessquelle summiert = 1 ergibt. Damit wird die Bilanzbedingung nach Gleichung (10) eingehalten. Dazu muss der Wert jedes Pixels durch die Summe aller P_{r_i} einer Prozessquelle dividiert werden (Gleichung (12)).

$$\sum_{i=1}^{R_{PQ}} P_{r_{norm,i}} = 1 \tag{11}$$

$$P_{r_{norm,i}} = \frac{P_{r_i}}{\sum_{i=1}^{R_{PQ}} P_{r_i}} \tag{12}$$

Zusammenfassendes Schema



Verzeichnis der Kürzel

A	Anrissflächengrösse
Abl	Ablauf
Anr	Anriss
E	Ereignis
h	Anrissmächtigkeit
HM	Hangmure
i	Laufindex
N	Gesamtzahl (Summe) aller modellierten Ereignisse
n	Gesamtzahl (Summe), bspw. aller Prozessquellen
P	Wahrscheinlichkeit
P_A	Wahrscheinlichkeit Anrissflächengrösse
P_{Abl}	Ablaufwahrscheinlichkeit
P_h	Wahrscheinlichkeit Anrissmächtigkeit
P_{Phys}	Wahrscheinlichkeit physikalischer Anrisseigenschaften
PQ	Anzahl Prozessquelle
P_r	Wahrscheinlichkeit räumliches Auftreten
P_μ	Wahrscheinlichkeit Reibungsparameter
P_ρ	Wahrscheinlichkeit Materialdichte
P_τ	Wahrscheinlichkeit Parameter der Kohäsion
P_ξ	Wahrscheinlichkeit Parameter der turbulenten Reibung
r	räumlich
R	Anzahl aller Anrisspixel einer Prozessquelle
T	Wiederkehrperiode
λ_{Anr}	Anrissrate
λ_E	Ereignisrate
λ_{HM}	Hangmurenrate
μ	Reibungskoeffizient im Voellmy-Modell
ρ	Materialdichte
τ_0	Kohäsion im Voellmy-Modell
ξ	Turbulente Reibung im Voellmy-Modell